

# Norsk skole og elever med talent eller spesiell interesse for matematikk

*Liv Sissel Grønmo*

*Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, UiO*

*Inger Christin Borge*

*Matematisk institutt, UiO*

Ifølge opplæringsloven og læreplanverket for norsk skole har alle elever krav på opplæring tilpasset deres evner og forutsetninger. Det gjelder både elever med særlige vansker og elever med særlige evner og anlegg i ulike fag og på ulike områder. I dette kapitlet analyserer vi noen resultater fra TIMSS Advanced og TIMSS med sikte på å kunne si noe om hvor godt den norske skolen ser ut til å ta vare på elever med talent eller spesiell interesse for matematikk. En spesiell interesse kan enten være basert på en genuin faglig interesse, eller på en interesse som bunner i at elevene ser at de trenger matematikk for videre utdanninger og yrker. Fordelingene av elever på de ulike kompetansenivåene kan gi oss indikasjoner på hvor godt skolen tar vare på ulike typer elever, både de som sliter og de som har spesiell interesse for faget.

Vi sammenlikner situasjonen i Norge med land vi finner det relevant å sammenlikne med. Vi ser også litt på noen utviklingstrekk i Norge når det gjelder å ta vare på elever med talent eller spesiell interesse for matematikk. Vi har valgt å variere mellom hvilke betegnelser vi bruker om disse elevene som for eksempel elever med talent for matematikk, evnerike elever, begavede elever og elever med stort læringspotensial. Hvilke betegnelser som brukes varierer i den litteraturen vi henviser til.

## 7.1 Innledning

At faglig sterke elever også har krav på tilpasset opplæring ut i fra deres behov har hatt lite gjennomslag i norsk skole, på tross av at dette er nedfelt i læreplaner og lovverk. Læreren tenderer heller mot å rette undervisningen til gjennomsnittet i klassen (Nadjafikhab, Yaftian & Bakhshalizadeh, 2012). På denne måten ender de flinke elevene med å klare seg selv:

*For å oppsummere her kan vi konkludere med at norsk skole grovt sett, og med en del unntak, preges av to stereotype oppfatninger, nemlig at*

- *de spesielt begavede klarer seg selv, og skolen behøver ikke å bry seg så mye*
- *tilpasset opplæring for evnerike elever dreier seg om elitisme, og det må vi passe oss for*

*Videre har lærere og skolefolk flest mangelfulle kunnskaper og for liten kompetanse når det gjelder evnerike elever. (Skogen, 2014a, s. 47)*

For å få et inntrykk av hvor godt norsk skole tar vare på evnerike elever presenterer vi i dette kapitlet data fra TIMSS Advanced og TIMSS som viser hvordan elevenes prestasjoner forholder seg til de kognitive kompetansenivåene som er definert i studiene. På den måten får vi informasjon om hvilket kognitivt nivå elevene befinner seg på i studiene. Beskrivelse av de ulike kompetansenivåene i TIMSS Advanced og TIMSS gis under de senere delkapitlene, som presenterer resultatene først for elever med full fordypning i matematikk på videregående skole, deretter for elever på ungdomstrinnet og til sist elever på barnetrinnet.

I TIMSS Advanced i neste delkapittel baserer vi analysene på prosentandel av elevene som har valgt R2 i videregående skole som *når opp til* de tre kognitive nivåene i studien. Hvor mange prosent av elevene som når de ulike kompetansenivåene gir indikasjoner på hvilke muligheter skolen gir elevene til å prestere godt i matematikk. Mange elever på høye kompetansenivåer tolker vi som en indikator på at skolen tar godt vare på elever med spesiell interesse eller talent for matematikk. Mange elever som presterer lavt i forhold til de kognitive kompetansenivåene tolker vi som at skolen ikke er så flink til å ta vare på talentfulle elever.

I TIMSS på ungdomstrinnet og barnetrinnet baserer vi analysene på hvordan

elevene *fordeler seg* på de fire kompetansenivåene som er definert i studien, og på hvor mange prosent av elevene som faller under de definerte kompetansenivåene. Selv om vi har et fokus på hvor godt skolen tar vare på elever med interesse eller talent for matematikk, er det viktig i grunnskolen også å reflektere rundt hvor godt skolen tar vare på elever i den andre enden av skalaen, de som sliter faglig. Mange elever på det laveste nivået tolker vi som en indikasjon på at skolen i liten grad lykkes i å ta godt vare på elever som sliter med å tilegne seg matematisk kunnskap, mens mange elever på de høyeste nivåene gir oss indikasjoner på at skolen fungerer godt for de talentfulle elevene. Skolen har ansvar for å ivareta alle typer elever og gi dem tilpasset opplæring.

Hensikten med dette kapitlet er å bidra til mer debatt om begavede elevers situasjon i norsk skole. Matematisk kompetanse er ansett som en viktig del av begavelse (Niss, Bruder, Planas, Turner & Villa-Ochoa, 2016). Elever med matematisk talent beskrives ofte som kreative, faglig nysgjerrige, kan visualisere og forestille seg matematiske modeller, har høye kognitive evner og kan under gode forutsetninger prestere langt over sitt aldersbestemte trinn i matematikk (Leikin, Leikin, Paz-Baruch, Waisman & Lev, 2017). På denne måten er matematisk begavelse ansett som et dynamisk karaktertrekk hvor miljø og faglig stimulering er helt avgjørende for at disse elevene skal få utløp for sitt potensial (Smedsrud & Skogen, 2016).

I boka «Matematikk talenter i skolen – hva med dem» (Grønmo, Jahr, Skogen & Wistedt, 2014) drøftes begavede elevers situasjon i norsk og svensk skole fra mange ulike synvinkler. Skogen (2014a) tar opp forholdet mellom intelligens og prestasjoner i en vid kontekst, og drøfter dette med spesiell vekt på talentfulle elever. Matematikkfaget og dets plass i skole og samfunn og krav det stiller til undervisningen i matematikk drøftes med vekt på forutsetninger for gode faglige prestasjoner (Jahr, 2014). Den svenske skoleforskeren Wistedt (2014) tar for seg situasjonen i svensk skole, men med henvisninger til norsk skole. På området begavede elever, som på mange andre områder, er det mange likhetstrekk mellom Norge og Sverige. Bokas siste kapittel tar opp og diskuterer hvordan lærere og skoleledere kan bidra til at undervisningen av begavede elever forbedres (Skogen, 2014b).

Situasjonen for spesielt begavede elever har blitt diskutert en del det siste tiåret:

*Det er viktig at lærere legger til rette for elever med stort læringspotensial. Hvis enkelte elever som har spesielle evner og talent innenfor et fag ikke får den oppfølgingen de trenger, kan de bli lei, umotiverte eller utvikle negativ adferd. (Idsøe, 2015)*

Jøsundalutvalget ble nedsatt for å se på opplæringen for elever med stort læringspotensial. I utredningen (NOU, 2016) kommer utvalget med en rekke tiltak for å gi disse elevene et bedre skoletilbud. Det er positivt at ansvaret for å gi tilpasset opplæring også til denne elevgruppen tydelig er satt på dagsorden og drøftes hos skolemyndighetene. Med de forskningsresultatene vi presenterer i dette kapitlet vil vi gi faktabasert kunnskap som innspill i debatten. Resultater av analyser fra internasjonale komparative studier gir oss informasjon både om utviklingen over tid i eget land, og om situasjonen i andre land som vi kan sammenlikne med. Det er viktig at debatten om talentfulle elever baserer seg mest mulig på faktakunnskap, og ikke på mer eller mindre ideologiske synspunkter.

## 7.2 Elever på kognitive kompetansenivåer i slutten av videregående skole

TIMSS Advanced har utviklet et system med tre kognitive kompetansenivåer – avansert, høyt og middels – som beskriver hvor langt opp på skalaen elevenes prestasjoner er, og hvilken type kompetanse elever på et visst nivå har, se tekstboks 7.1.

### **Tekstboks 7.1** *Beskrivelser av de tre kompetansenivåene i matematikk, TIMSS Advanced*

#### **Avansert kompetansenivå**

**(625 poeng i TIMSS Advanced måleskala)**

Elevene demonstrerer en klar og tydelig forståelse av begreper, av bruk av prosedyrer, og i å anvende matematisk resonnering. De kan løse problemer i komplekse kontekster i algebra, kalkulus, geometri og trigonometri.

### Høyt kompetansenivå

(550 poeng i TIMSS Advanced måleskala)

Elevene kan anvende et bredt utvalg av matematiske begreper og ferdigheter i algebra, kalkulus, geometri og trigonometri til å analysere og løse problemer i flere trinn både i rutine- og ikke-rutine-kontekster.

### Middels kompetansenivå

(475 poeng i TIMSS Advanced måleskala)

Elevene demonstrerer at de har de grunnleggende kunnskapene om begreper og ferdigheter i algebra, kalkulus og geometri som de trenger for å løse rutineproblemer.

(Bergem et al., 2016)

Desto mer interesse og talent for matematikk elevene har, jo mer sannsynlig er det at de kan nå et høyere kognitivt kompetansenivå. Elever som sliter med å lære matematikk vil i større grad prestere på et lavere kognitivt nivå. I den første rapporten fra TIMSS Advanced 2015 sto det at:

«Når vi skal vurdere disse resultatene, er det, på samme måte som når vi vurderer gjennomsnittprestasjoner i et land, nødvendig å ta med i betraktningen hvor mange prosent av et årskull som har valgt matematikk på dette nivået, det vi kaller dekningsgrad.» (Grønmo, Hole & Onstad, 2016, s. 40)

### Tekstboks 7.2 Beregning av prosent av årskull

Beregningene gjøres ved å multiplisere prosent av elevene med fordypning i matematikk som *når* et bestemt kompetansenivå med landets *dekningsgrad*, det vil si prosent av årskullet i landet som har fordypning i matematikk. Man får da et tall som representerer *prosent av årskullet* i landet som når det aktuelle kompetansenivået.

I denne boka har vi tatt hensyn til dette ved å beregne for alle landene som deltok i TIMSS Advanced, hvor *stor andel av årskullet i landet* som når opp til de ulike kognitive kompetansenivåene, se tekstboks 7.2. Tabell 7.1 gir bakgrunnsdata for disse beregningene.

**Tabell 7.1** Prosentandel elever som når de ulike kompetansenivåene i matematikk, TIMSS Advanced 2015.

Land	Prosentandel elever som når kompetansenivået	● Avansert ○ Høyt ● Middels			Avansert kompetansenivå (625)	Høyt kompetansenivå (550)	Middels kompetansenivå (475)	Dekningsgrad matematikk
		Russland		10 (1,1)	29 (1,9)	55 (2,3)	10,1 %	
Libanon		8 (1,0)	40 (2,7)	79 (1,8)	3,9 %			
USA		7 (1,2)	26 (1,6)	56 (2,5)	11,4 %			
Slovenia		3 (0,5)	14 (1,2)	42 (1,7)	34,4 %			
Italia		2 (0,5)	12 (1,0)	34 (1,7)	24,5 %			
Portugal		2 (0,5)	18 (1,1)	54 (1,7)	28,5 %			
Sverige		2 (0,3)	11 (0,8)	34 (1,6)	14,1 %			
Frankrike		1 (0,3)	11 (1,0)	43 (1,7)	21,5 %			
Norge		1 (0,3)	10 (1,4)	41 (2,9)	10,6 %			
Internasjonal median		2	14	43				

KILDE: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study - TIMSS Advanced 2015

Tabell 7.2 viser *både* prosent av elever med full fordypning i matematikk som når et nivå, og den beregnede prosenten for årskullet i landet som når dette kompetansenivået. Det er selvsagt mulig at noen elever som ikke har valgt fordypningskurset siste året i videregående skole når et kompetansenivå uten å ha dette kurset, men vi antar at det vil være en svært liten gruppe sammenliknet med de som tar kurset. Beregningene vi har gjort gir oss derfor gode indikatorer på hvor mange «eksperter» i matematikk landet utdanner gjennom skoleløpet. Gjennomsnittsalderen til elevene i TIMSS Advanced varierer en del. Også dette har betydning for vurderingen av landenes utdanningsssystem, uten at vi har gjort noen beregninger for dette. Vi nevner det som en faktor som man også kan ta med i betraktningen av skolesystemets kvalitet.

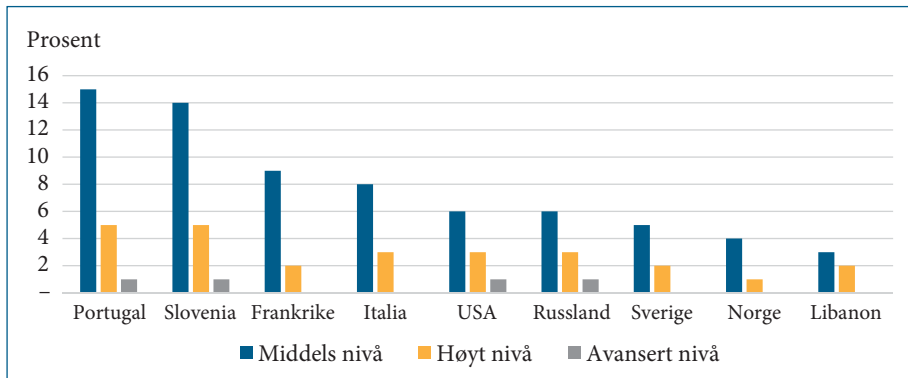
For mer utdypende forklaring på innholdet i disse kognitive kompetansenivåene i TIMSS Advanced henviser vi til den internasjonale rapporten (<https://timssandpirls.bc.edu/>).

Hvis et land har en større andel i et årskull som når de høyeste kognitive kompetansenivåene i TIMSS Advanced enn et annet land, tolker vi det som landet har et skolesystem som i større grad lykkes i å ta godt vare på de i befolkningen som har talent eller spesiell interesse for matematikk. Hvis en liten andel av årskullet ved slutten av videregående skole når opp til de høyeste nivåene, tar vi som en indikasjon på at landets skolesystem i mindre grad greier å ta vare på sine talentfulle elever i matematikk.

**Tabell 7.2** Andel av elever som har valgt full fordypning i matematikk siste året på videregående skole (Advanced elever) som når de ulike kognitive kompetansenivåene og andel elever av landets årskull som når de ulike kompetansenivåene i TIMSS Advanced.

	Middels nivå		Høyt nivå		Avansert nivå	
	prosent av Advanced elever	prosent av årskullet i landet	prosent av Advanced elever	prosent av årskullet i landet	prosent av Advanced elever	prosent av årskullet i landet
Portugal	54	15	18	5	2	1
Slovenia	42	14	14	5	3	1
Frankrike	43	9	11	2	1	0
Italia	34	8	12	3	2	0
USA	56	6	26	3	7	1
Russland	55	6	29	3	10	1
Sverige	34	5	11	2	2	0
Norge	41	4	10	1	1	0
Libanon	79	3	40	2	8	0

**Figur 7.1** Prosent av landets årskull som når de ulike kognitive kompetansenivåene



Tabell 7.2 og figur 7.1 viser resultatene av disse beregningene. Dette gir oss data for hvor mange prosent av *et årskull* i de ulike landene som når opp til de ulike kompetansenivåene slik de er definert i TIMSS Advanced.

Som det framgår av tabell 7.2 og figur 7.1, ligger Norge sammen med Sverige og Libanon på bunnen når det gjelder hvor stor andel av årskullet som når middels kognitivt kompetansenivå i TIMSS Advanced 2015. Når det gjelder andelen som når høyt kompetansenivå, ligger Norge lavest av alle land som deltar i studien.

Elever på middels nivå i TIMSS Advanced har, slik dette kompetansenivået er definert i studien, demonstrert at de har de grunnleggende kunnskapene om begreper og ferdigheter i algebra, kalkulus og geometri som de vil trenge for å løse rutineoppgaver. Dette er et nivå som mange elever vil trenge for videre utdanninger og yrker hvor man anvender matematikk, det man kan kalle en grunnleggende faglig basis. At en så liten prosentandel som 4,3 % av årskullet når dette nivået i Norge, gir grunn til bekymring. Land som Portugal og Slovenia har 14–15 % på dette nivået, mens andelen i Frankrike og Italia ligger rundt 8–9 % av årskullet. Også USA, Russland og Sverige har flere som når middels nivå enn Norge.

De elevene som når høyt kognitivt kompetansenivå kan, i motsetning til de som bare når middels kompetansenivå, anvende sin kunnskap i algebra, kalkulus, geometri og trigonometri til å analysere og løse problemer også i flere trinn, og i kontekster som ikke er rutinepreget. I Norge er det bare vel 1 % av årskullet som når dette nivået. Det er lavest av alle land i TIMSS Advanced. Avansert kompetansenivå i TIMSS Advanced er i høyeste grad det vi kan kalle «eksperter» i faget, de demonstrerer en tydelig dybdeforståelse i matematikk som setter dem i stand til å løse komplekse problemer i både algebra, kalkulus, geometri og trigonometri. I Norge, som i flere av de andre landene, er det ingen målbar prosentandel som når dette nivået.

Elever på et høyere kompetansenivå i TIMSS Advanced har den kunnskapen som beskrives i de lavere nivåene, i tillegg har de kunnskap utover dette. Ofte går det på en dypere matematisk forståelse og en evne til å løse mer sammensatte og komplekse problemer. Andelen elever som *når opp til høyt nivå*, det vil si elever som enten er på høyt eller avansert nivå, er i mange land rundt 3,5 til nærmere 6 prosent av årskullet. For Norge og Sverige er det ikke tilfellet, med 2 % av årskullet i Sverige og med 1 % av årskullet i Norge. Dette resultatet understøtter det som den svenske skoleforskeren Wistedt (2014) har pekt på, at på tross av at skolen i begge land er forpliktet av sine skolelover til å gi alle barn muligheter til å utvikles i samsvar med deres evner og anlegg, så ser man tegn på at særlig talentfulle elever ikke får den undervisningen de har krav på.

Bildet vi får i slutten av videregående skole når det gjelder hvor stor andel av et norsk årskull som når opp til de definerte kognitive kompetansenivåene i TIMSS Advanced gir grunn til bekymring. Norge er det landet som har lavest prosentandel av årskullet som når høyt kompetansenivå. Når det gjelder andelen av et årskull elever på det lavest definerte kompetansenivået, middels



nivå, er det bare Libanon som ligger lavere. For mer diskusjon av de resultatene vi har presentert her, henviser vi til delkapittel 7.5.

Hva elevene har lært eller ikke lært av matematikk på lavere nivå i skolen vil ha betydning for hva elevene lærer i videregående skole. Særlig i et hierarkisk fag som matematikk, er det viktig å ta inn dette perspektivet. I neste delkapittel vil vi se nærmere på *fordelingen av* elever på kompetansenivåer i matematikk på 8. trinn og 9. trinn, for å få et inntrykk av fordelingen av norske elever på de høyere kognitive nivåene på disse trinnene i skolen. Det sier noe om hvilket grunnlag for videre læring i matematikk som har blitt lagt i grunnskolen.

### 7.3 Elever på kognitive kompetansenivåer på ungdomstrinnet

På samme måte som i TIMSS Advanced, har man i TIMSS utviklet et system med kognitive kompetansenivåer som beskriver hvilken type kompetanse elever med et visst antall poeng har; se tekstboks 7.3 for beskrivelse av de enkelte nivåene for TIMSS på ungdomstrinnet. Desto mer interesse og talent for matematikk elevene har, jo mer sannsynlig er det at de kan nå et høyere kognitivt kompetansenivå. Elever som sliter med å lære matematikk vil i større grad prestere på et lavere kognitivt nivå. Hvis et land har mange elever på de høyeste nivåene, indikerer det at landet gir talentfulle elever gode muligheter til å tilegne seg kunnskaper i matematikk. Få elever på de høyeste nivåene tyder på det motsatte. Stor spredning mellom elevene, med relativt mange på høyt nivå og relativt mange på lavt nivå kan bety at man ikke lykkes med å ivareta alle elever på en god måte. I dette kapitlet, hvor hovedvekten ligger på å studere situasjonen for talentfulle elever, vil vi legge mest fokus på fordelingen av elever på de høyeste kompetansenivåene.

Som det framgår av tekstboks 7.3, er det i TIMSS-studien i grunnskolen definert fire kognitive kompetansenivåer, avansert nivå, høyt nivå, middels nivå og lavt nivå. Dette i motsetning til TIMSS Advanced-studien som bare har tre nivåer, man har ikke definert noe lavt kompetansenivå for elever som har valgt full fordypning i matematikk i videregående skole. Noen elever vi prestere under det lavest definerte nivået i TIMSS; det har vi valgt å kalle under lavt nivå.

### **Tekstboks 7.3 Kort karakteristik av de ulike kompetansenivåene i matematikk i TIMSS 2015, 8.(9.) trinn**

#### **Avansert nivå (625 poeng og over)**

Elevene kan, konfrontert med ulike typer problemer, anvende matematikk og resonnerer matematisk. De kan løse førstegradslikninger og uttrykke generaliseringer.

#### **Høyt nivå (550–624 poeng)**

Elevene kan bruke sin kunnskap og forståelse i ulike og relativt komplekse situasjoner.

#### **Middels nivå (475–549 poeng)**

Elevene kan bruke grunnleggende matematiske kunnskaper i mange slags situasjoner.

#### **Lavt nivå (400–474 poeng)**

Elevene har noe kunnskap om hele tall og enkle grafer.

*(Bergem et al., 2016)*

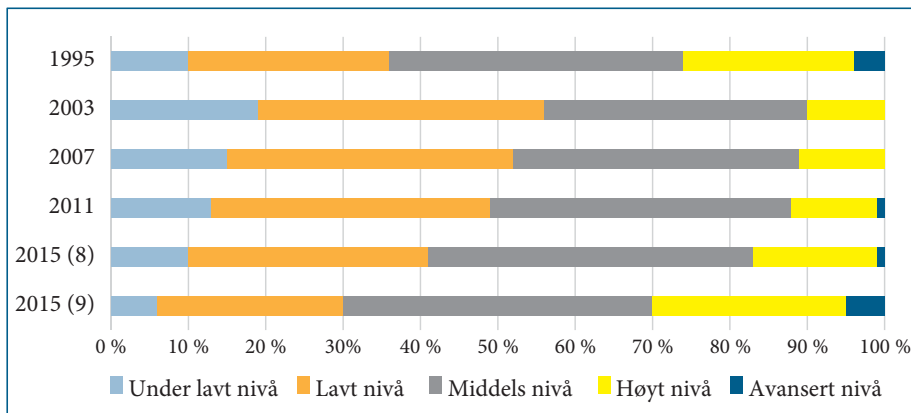
Det som spesielt kjennetegner elevene som når opp til det høyeste nivået i TIMSS på ungdomstrinnet er at de kan resonnerer matematisk, løse førstegradslikninger og uttrykke generaliseringer. Dette er den typen matematisk kunnskap som man i hovedsak vil forbinde med fagområdet algebra på dette trinnet i skolen. Elevenes kunnskaper i algebra på ungdomstrinnet vil være det som legger grunnlaget for videre læring i videregående skole, spesielt i 1T og i programfagene R1 og R2. Når vi i dette kapitlet legger vekten på hvordan skolen tilrettelegger undervisningen for de mest talentfulle elevene, er det særlig interessant å se hvor mange prosent av de norske elevene som når dette nivået. Definisjonen av de andre kompetansenivåene skiller seg hovedsakelig når det gjelder hvor komplekse oppgaver elevene greier å løse ved hjelp av matematikk.

Tabell 7.3 og figur 7.2 viser fordelingen av norske elever på de kognitive kompetansenivåer i alle TIMSS-studiene på ungdomstrinnet fra 1995 til 2015. For 2015 har vi lagt inn tallene for både 8. trinn, som er det nivået vi har trenddata for, og 9. trinn som er det trinnet som Norge nå definerer som sin hovedpopulasjon. For mer om dette, se (Bergem et al., 2016).

**Tabell 7.3** Fordeling av norske elever på kompetansenivåer på ungdomstrinnet fra 1995 til 2015. Elevene på 8. trinn i tabellen har samme alder som elevene i de foregående årene, elevene på 9. trinn er ett år eldre og har ett år mer skolegang.

	Under lavt nivå	Lavt nivå	Middels nivå	Høyt nivå	Avansert nivå
1995	10	26	38	22	4
2003	19	37	34	10	0
2007	15	37	37	11	0
2011	13	36	39	11	1
2015 (8)	10	31	42	16	1
2015 (9)	6	24	40	25	5

**Figur 7.2** Fordeling av norske elever på kompetansenivåer på ungdomstrinnet fra 1995 til 2015 i TIMSS, Norge



Fordelingen på de kognitive kompetansenivåene er selvsagt relatert til landets generelle prestasjonsnivå. Generelt høyere middels prestasjonsnivå henger vanligvis sammen med en større andel elever på de høyere nivåene, og en lavere andel elever på de laveste nivåene. Men land med likt gjennomsnitt for prestasjoner kan likevel være ulike i hvordan fordelingen er mellom de ulike kompetansenivåene (Bergem et al., 2016). Det er derfor interessant å sammenligne kompetansenivåer mellom land, og å se på hvor man har sett endring over tid i Norge.

På tross av framgang for norske elever etter den markante nedgangen fra 1995 til 2003 (Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie & Turmo, 2004), er norske elevers prestasjoner på ungdomstrinnet ennå ikke tilbake på det nivået like gamle elever var på i 1995 (Bergem et al., 2016).

Vi ser av tabell 7.3 og figur 7.2 at når det gjelder elever på de to høyeste

nivåene, høyt og avansert kompetansenivå, så er det 9. trinn i 2015 som likner mest på fordelingen på 8. trinn fra 1995. Vi må da huske på at elevene som vi testet i 1995 var ett år yngre, og hadde ett år mindre skolegang, enn elevene på 9. trinn i 2015. I 1995 var det 4 % av elevene på 8. trinn som nådde opp til avansert nivå, mens det i 2003 og 2007 ikke var noen målbar andel av norske elever som nådde dette nivået. I 2011 og 2015 nådde 1 % av norske 8. klassinger opp til avansert nivå. I 2015 er det 5 % av elevene med ett år mer skolegang og ett år eldre som når avansert nivå i TIMSS-studien, mot 4 % av de elevene som var ett år yngre og hadde ett år mindre skolegang som nådde dette i 1995. På høyt kompetansenivå ser vi det samme mønsteret. De to fordelingene på dette kompetansenivået som er mest like, er 8. klasse fra 1995 med 9. klasse i 2015. I 1995 nådde 22 % av norske 8. klassinger høyt nivå, mens det var 25 % av 9. klassingene som nådde dette nivået i 2015. I årene mellom var andelen lavere.

Det er lite i dataene fra TIMSS på ungdomstrinnet som tyder på at norsk grunnskole er flink til å ta vare på de elevene som har en spesiell interesse eller talent for matematikk. Basert på de siste tallene fra 2015-studien ligger våre 9. klassinger, som er ett år eldre og har ett år mer på skolen enn de vi testet i 1995, bare marginalt over ett år yngre elever med ett år mindre skolegang fra 1995.

I den andre enden av skalaen er resultatene noe mer oppløftende. Det er nå 10 % av norske elever på 8. trinn som ligger under lavt nivå, den samme prosenten som jevngamle elever gjorde i 1995. På 9. trinn er det bare 6 % som ligger under lavt nivå. Dette kan være en indikasjon på at norsk skole de siste tiårene har vært bedre til å ivareta de elever som sliter faglig, enn elever med interesse eller talent for matematikk.

Det er alltid interessant hvilke land man skal velge å sammenlikne med i rapporter og artikler. Skal man bare velge å sammenlikne med land som vi har mye til felles med, kulturelt og på andre måter, eller skal man gjøre en bredere internasjonal sammenlikning. Tidligere analyser av data fra internasjonale komparative studier som TIMSS, TIMSS Advanced, PISA og TEDS-M (Blömeke, Suhl & Döhrmann, 2013; Grønmo, Kjærnsli & Lie, 2004; Grønmo & Olsen, 2006; Olsen & Grønmo, 2006) har vist at man finner fire ulike profiler, profiler som er stabile over tid, på ulike nivåer i skolen og i ulike studier med forskjellige rammeverk for hvilken type matematisk kompetanse de tester elevene i. Vi kan snakke om en nordisk profil, en engelskspråklig profil, en østeuropeisk

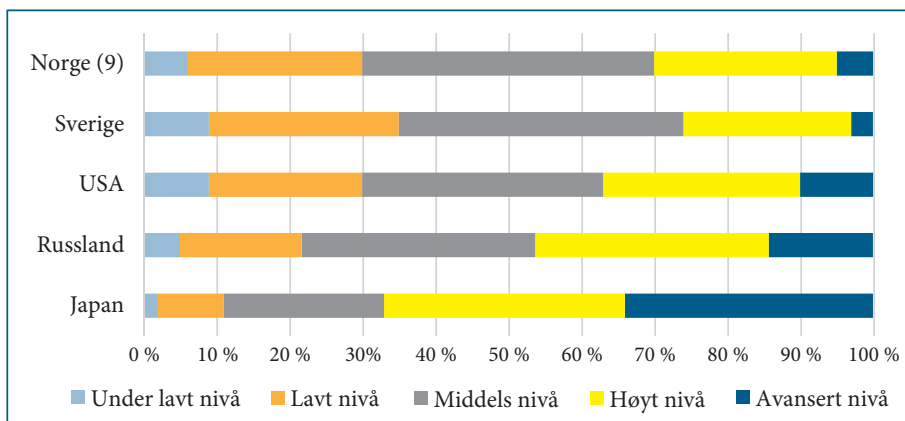
profil og en østasiatisk profil. Analysen i kapittel 5 bekrefter disse funnene. I flere tidligere TIMSS- og TIMSS Advanced-rapporter har man valgt land fra ulike profiler, for å få et bredere sammenlikningsresultat for å trekke konklusjoner.

Vi har derfor i dette kapitlet valgt å sammenlikne med følgende land som deltok i TIMSS Advanced: Russland (østeuropeisk), USA (engelskspråklig) og Sverige (nordisk). I tillegg tar vi med Japan fordi vi ønsker å sammenlikne med et østasiatisk land som ikke ligger alt for langt unna oss i generelt prestasjonsnivå. Mange av de andre østasiatiske landene presterer bedre enn Japan på både ungdomstrinnet og barnetrinnet. Vi har her bare lagt inn 9. trinn for Norge, som fra 2015 er definert som hovedpopulasjon (se Bergem et al. (2016) for mer om skifte av hovedpopulasjon i Norge). På den måten sammenlikner vi de norske resultatene med land som ikke er for langt unna de norske elevene i alder.

**Tabell 7.4** Fordeling av elever i noen land på kompetansenivåer på ungdomstrinnet, TIMSS 2015. Elevenes gjennomsnittsalder er angitt.

	Alder	Under lavt	Lavt	Middels	Høyt	Avansert
Norge (9)	14,7	6	24	40	25	5
Sverige	14,7	9	26	39	23	3
USA	14,1	9	21	33	27	10
Russland	14,7	5	17	32	32	14
Japan	14,5	2	9	22	33	34

**Figur 7.3** Fordeling av elever i noen land på kompetansenivåer på ungdomstrinnet, TIMSS 2015.



De norske og russiske elevene er like gamle og eldst blant dem vi velger å sammenlikne med. Norge skiller seg her klart ut med å ha en mindre andel elever på avansert og høyt kompetansenivå enn de andre landene vi ser på. Samtidig gjør vi det ikke bedre enn de andre landene når det gjelder å trekke med svake elever, heller det motsatte; vi har vel så mange elever på lavt og under lavt nivå som de andre landene bortsett fra Sverige.

Det ser ikke ut som om det er noen motsetning mellom å gi elever med talent og interesse for matematikk de utfordringene de trenger for å prestere godt, og det å trekke med seg de elevene som sliter med å lære faget. Dette kan tyde på at om Norge legger mer vekt på også å gi mer faglige utfordringer til sine matematikktalenter i skolen, så behøver ikke det å gå ut over de svakere elevene.

## 7.4 Elever på kognitive kompetansenivåer på barnetrinnet

I dette delkapitlet presenterer vi resultater fra TIMSS på barnetrinnet for å vise utviklingen i fordeling på kognitive kompetansenivåer i Norge fra 1995 til 2015. Beskrivelsene av kompetansenivåene i TIMSS på barnetrinnet er gjengitt i tekstboks 7.4.

### *Tekstboks 7.4 Kort karakteristikk av de ulike kompetansenivåene i matematikk i TIMSS 2015, 4.(5.) trinn*

#### **Avansert nivå (625 poeng og over)**

Elevene kan bruke sin kunnskap og forståelse i mange slags nokså komplekse situasjoner og forklare sine resonnementer.

#### **Høyt nivå (550–624 poeng)**

Elevene kan bruke sin kunnskap og forståelse til å løse oppgaver.

#### **Middels nivå (475–549 poeng)**

Elevene kan bruke grunnleggende matematiske kunnskaper i enkle situasjoner.

#### **Lavt nivå (400–474 poeng)**

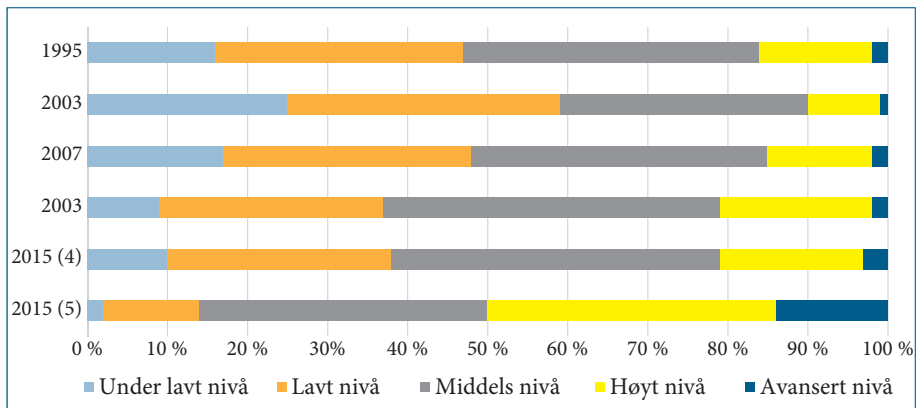
Elevene har noe grunnleggende matematisk kunnskap.

*(Bergem et al., 2016)*

**Tabell 7.5** Fordeling av norske elever på kompetansenivåer på barnetrinnet fra 1995 til 2015

	Under lavt	Lavt	Middels	Høyt	Avansert
1995	16	31	37	14	2
2003	25	34	31	9	1
2007	17	31	37	13	2
2011	9	28	42	19	2
2015 (4)	10	28	41	18	3
2015 (5)	2	12	36	36	14

**Figur 7.4** Fordeling av norske elever på kompetansenivåer på barnetrinnet fra 1995 til 2015



TIMSS-studien viser at våre elever på 4. trinn i 2015 presterer bedre enn det jevngamle elever gjorde i 1995. Etter en markant tilbakegang fra 1995 til 2003, har det vært en jevn framgang i de to neste studiene i 2007 og 2011, men framgangen ser nå ut til å ha stoppet opp:

*Fra og med 2003 har det imidlertid vært en fin stigning i prestasjonsnivået for de norske elevene på dette trinnet. Denne framgangen har imidlertid ikke fortsatt i den siste fireårsperioden. Gjennomsnittet for Norge (4) har gått fra 495 til 493 poeng. Dette er ikke en signifikant endring i skår, men kan derimot tolkes slik at norske elever på dette trinnet nå presterer stabilt høyere enn de gjorde i perioden 1995-2007. (Bergem et al., 2016, s. 38)*

At framgangen har stoppet opp ser man også på 5. trinn; også her var resultatet det samme i 2011 og 2015. TIMSS-rapporten fra 2011 framhevet det

positive i framgangen etter 2003, samtidig som den påpekte at de norske resultatene fortsatt var svake i et internasjonalt perspektiv:

*Konklusjonen blir at selv med en tydelig positiv tendens i utviklingen av de norske prestasjonene på 4. trinn, er prestasjonene fortsatt svake sett i et internasjonalt perspektiv. Det er fortsatt et stort rom for forbedring av elevenes kunnskaper i matematikk på 4. trinn; det er viktig at den positive utviklingen ikke stopper opp. (Grønmo et al., 2012, s. 20)*

Ser vi på utviklingen av fordelingen på kompetansenivåene høyt og avansert, er det en litt større andel på disse nivåene enn for jevngamle elever i 1995. I den andre delen av skalaen er andelen elever på lavt og under lavt nivå mindre. Disse resultatene kan tyde på at man på dette trinnet i skolen nå tar noe bedre vare på både de talentfulle elevene og på de elevene som sliter faglig. Men endringene er små, så vi må være forsiktige med å trekke for bastante konklusjoner.

Den store forskjellen vi ser når det gjelder fordelingen på kognitive kompetanseområder er fra 4. trinn til 5. trinn i 2015. Dette kan tyde på en positiv utvikling i skolens matematikkundervisning i overgangen fra 4. trinn til 5. trinn. Det ser også ut som at denne positive endringen gjelder elever i begge ender av fordelingen, med en klar nedgang på andelen elever på og under lavt nivå, og med en tilsvarende stor framgang når det gjelder andelen elever på høyt og avansert nivå. Utviklingen i gjennomsnittskår fra 4. trinn til 5. trinn i TIMSS 2015 gikk fra 493 til 549, en forskjell på 56 poeng. Man snakker ofte om at økningen fra ett år til det neste, ett år eldre elever og ett år mer skolegang, vil ligge rundt 35–40 poeng. Det understøtter vår konklusjon om at det ser ut å skje en klar forbedring i matematikkundervisningen i skolen ved overgangen fra småskoletrinn til mellomtrinn. At endringen er relativt liten for elever på middels kompetansenivå, men relativt stor i begge ender av fordelingen kan være et tegn på at man blir bedre på differensiering på mellomtrinnet, at man tar bedre vare på både de talentfulle elevene og de som sliter faglig. Vi har ikke data til å gå dypere inn i dette, men ser at det kan være et interessant område for videre forskning.

I TIMSS-rapporten konkluderte man med at «*Det er svært positivt at så mange som 14 prosent av de norske elevene er på avansert nivå.*» (Bergem et al.,



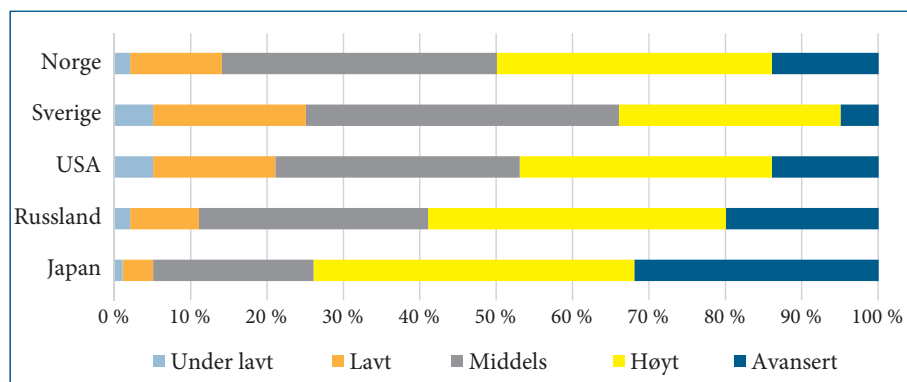
2016, s. 32). Vi er enige i det, men det er også nødvendig å se de norske resultatene i et bredt internasjonalt perspektiv.

Det er alltid en avveining av ulike hensyn når man velge hvilke land man skal sammenlikne med i rapporter og artikler. I dette delkapitlet har vi valgt å sammenlikne med land som har en ulik profil for hva de vektlegger i matematikk, på samme måte som på ungdomstrinnet: Russland (østeuropeisk), USA (engelskspråklig) og Sverige (nordisk) som alle også deltok i TIMSS Advanced. I tillegg tar vi med Japan for å få med den østasiatiske profilen (se figur 7.5 og tabell 7.6). Vi har her bare lagt inn 5. trinn for Norge, som fra 2015 er definert som hovedpopulasjon på barnetrinnet. Se (Bergem et al., 2016) for mer om skifte av hovedpopulasjon i Norge. Vi sammenlikner de norske resultatene med land som ikke er for langt unna de norske elevene i alder.

**Tabell 7.6** Fordeling av elever i noen land på kognitive kompetansenivåer på barnetrinnet, TIMSS 2015. Elevenes gjennomsnittsalder er angitt.

	Alder	Under lavt	Lavt	Middels	Høyt	Avansert
Norge	10,7	2	12	36	36	14
Sverige	10,8	5	20	41	29	5
USA	10,2	5	16	32	33	14
Russland	10,8	2	9	30	39	20
Japan	10,5	1	4	21	42	32

**Figur 7.5** Fordeling av elever i noen land på kognitive kompetansenivåer på barnetrinnet, TIMSS 2015.



Elevenes alder er angitt etter navnet på landet. Ved å sammenlikne med land med ulike profiler for hva de vektlegger i sin matematikkundervisning, får vi et bredere og mer utfyllende bilde av situasjonen i Norge sett i et internasjonalt perspektiv.

Som det framgår av figur 7.5 og tabell 7.6, er fordelingen klart bedre for Norge enn for Sverige. Vi har en større andel på avansert og høyt kompetansenivå, og en mindre andel på lavt og under lavt kompetansenivå. Sammenlikner vi med de andre landene, så ser vi noen likhetstrekk mellom Norge og USA, særlig på høyt og avansert kompetansenivå. Dette samsvarer som nevnt med hva mange tidligere analyser har vist, for mer om dette se kapittel 4. I kapittel 5 presenterer vi en ny analyse som dokumenterer det samme: klare likhetstrekk mellom nordiske og engelskspråklige land. I den nedre del av fordelingen har Norge færre på lavt og under lavt nivå enn USA. Slik vi har redegjort for tidligere, gir det indikasjoner på at Norge og USA kanskje er omtrent like gode når det gjelder undervisning på barnetrinnet til elever med talent i matematikk, men at USA i mindre grad enn Norge greier å ta vare på elever som sliter faglig.

Sammenlikner vi med Japan, ser det ut til at de er bedre når det gjelder å gi god undervisning både til de talentfulle elevene og de i den andre enden av skalaen. Dette samsvarer med at Japan generelt har et høyere prestasjonsnivå enn Norge. Land med samme generelle nivå kan imidlertid vise ulik fordeling for de kognitive kompetansenivåene (Bergem et al., 2016). Forskjellen mellom Norge og Russland i generelt prestasjonsnivå er ikke stor (15 poeng) men Russland har en større andel på avansert og høyt nivå enn det Norge har, mens det er mindre forskjell i den andre enden av skalaen. Basert på resultatene presentert i figur 7.5 og tabell 7.6 er det tankevekkende at verken Russland eller Japan har større andel på eller under lavt nivå enn det Norge har. Samtidig har de en langt større andel elever på de to høyeste nivåene, avansert og høyt nivå, enn de nordiske og engelskspråklige landene.

På barnetrinnet, som på ungdomstrinnet, ser det ikke ut til at det at langt flere når opp til høyere nivåer, fører til svakere resultater i landet for elevene i den andre enden av skalaen. Dette er interessant av flere grunner. Er det slik at ved å ta bedre vare på de elevene med spesiell interesse eller anlegg for matematikk, så kan det også ha en positiv innvirkning på de som sliter, for eksempel ved å signalisere at det er et viktig fag som alle kan lære? Eller er det slik at ved å legge mer vekt på de elevene som har spesiell interesse eller

anlegg for matematikk, så vil det gå ut over de svakeste elevene? Bildet her er komplekst, og vi har ikke data til å gå dypere inn i det, men på bakgrunn av resultatene fra TIMSS og TIMSS Advanced tillater vi oss å stille disse spørsmålene; vi ønsker både mer forskning og debatt om dette.

## 7.5 Oppsummering og avsluttende kommentarer

I dette kapitlet har vi presentert resultater fra TIMSS på barne- og ungdomstrinn og TIMSS Advanced i videregående skole i lys av perspektivet «Hvor godt tar norsk skole vare på elever med talent eller spesiell interesse for matematikk?» Inger Wistedt, en svensk skoleforsker, har konkludert med at både svensk og norsk skole har svake tradisjoner når det gjelder å ta vare på disse elevene; hun skriver blant annet:

*I vissa totalitära stater testes barn från tidlig ålder i syfte att hitta talanger i t.ex. gymnastik och idrott eller i akademiska ämnen, individer som på ett positivt sätt förväntas bidra till samhällsutvecklingen. Men i ett demokratisk samhälle har barn ingen skyldighet att utveckla sin talang! Däremot har de en lagstadgad rättighet till det. Det är skolan som har skyldighet att se till att alla barn ges möjlighet att utvecklas efter sin förmåga, vilket också står inskrivet både i den norska och svenska skollagen.» (Wistedt, 2014, s. 61)*

Gjennomgangen av data fra TIMSS Advanced har vist at Norge har den laveste andelen av årskullet som når de høyeste kompetansenivåene i slutten av videregående skole. Situasjonen på ungdomstrinnet er at Norge har få elever på de høyeste kognitive nivåene. I den første rapporten fra TIMSS 2015 står det: «En utfordring for norsk skole kan imidlertid være å forsøke å øke andelen elever som når avansert nivå.» (Bergem et al., 2016, s. 34). På 5. trinn er situasjonen bedre: «Det er svært positivt at så mange som 14 prosent av norske elever er på avansert nivå» (ibid., s. 32). Men resultatene fra 4. trinn i Norge klart svakere, der var det bare 3 % av elevene som nådde det avanserte kognitive kompetansenivået (se tabell 7.5 og figur 7.4).

Den systematiske gjennomgangen av resultater fra 1995 til 2015 gir oss indikasjoner på hvilke utfordringer man står overfor i norsk skolematematikk for å ivareta talentfulle elever. Vi ser en framgang i elevenes prestasjoner fra

1995 på barnetrinnet, mens bildet er motsatt både for ungdomstrinnet og for elever med full fordypning det siste året i videregående skole. Resultatene for elever på ulike kognitive kompetansenivåer, utviklingen i disse over tid, og sammenlikninger med andre land er bakgrunnen for følgende konklusjoner:

- Norge har en god utvikling på barnetrinnet generelt sammenliknet med 1995. I overgangen fra 4. trinn til 5. trinn er det en positiv utvikling i elevenes prestasjoner, større enn det som regnes som gjennomsnittlig framgang når elever blir ett år eldre og har ett år mer på skolen. Særlig oppløftende er det at det er en markant økning i andelen elever på det øverste kompetansenivået i TIMSS fra 4. trinn til 5. trinn.
- På ungdomstrinnet er situasjonen fortsatt at Norge har en relativt liten andel elever som når opp til det høyeste kompetansenivået sammenliknet med andre land. Det gjelder for både 8. trinn og 9. trinn. Andelen norske elever som når det høyeste kompetansenivået i 2015 er omtrent det samme som andelen i 1995 for elever som da var ett år yngre og som hadde ett år mindre skolegang.
- I slutten av videregående skole har Norge en mindre andel elever av et årskull som når opp til de høyeste kompetansenivåene enn noen av de andre landene som deltok i TIMSS Advanced 2015. Det betyr at i Norge utdanner man en mindre prosentdel av befolkningen til et høyt nivå i matematikk gjennom grunnskole og videregående skole, enn i mange andre land.

For å nå opp til det høyeste kompetansenivået på ungdomstrinnet i TIMSS må elevene, slik dette er definert i studien, vise at de har forståelse innen grunnleggende algebra som det å kunne løse førstegradslikninger og kunne uttrykke generaliseringer. For at elever i det siste året i videregående skole skal nå opp til det høyeste kompetansenivået må elevene demonstrerer en klar og tydelig forståelse av begreper og bruk av prosedyrer, og kunne løse komplekse problemer i både algebra, kalkulus, geometri og trigonometri. Basert på våre analyser ser det ut til at de store utfordringene i norsk skolematematikk oppstår på de nivåene i skolen hvor algebra kommer inn som et sentralt faglig emne. I samsvar med norsk læreplan er det på mellomtrinnet, ungdomstrinnet og i videregående skole at algebra kommer inn som et viktig fagområde i matematikk (KD, 2006). For drøfting av algebraens plass i norsk skolematematikk henviser vi til kapittel 6, som tar opp og diskuterer dette spesielt. Her vil vi bare

konstatere at det ser ut til at det er på de tidspunktene i skolen som algebra blir viktig og hvor denne typen kunnskap er en forutsetning for å nå de høyeste kompetansenivåene i TIMSS og TIMSS Advanced, at norske elever sliter mest.

At så få norske elever når opp til de høyeste kompetansenivåene i norsk skole fra ungdomstrinnet og oppover, tolker vi som et tegn på at skolen i liten grad har maktet å gi en god nok undervisning for elever med talent eller spesiell interesse for faget. Evner og anlegg for matematikk er antagelig ganske jevnt fordelt i alle land. Alle de internasjonale studiene fra ungdomstrinnet og oppover (basert på en bred internasjonal konsensus om hva som er viktig å lære elevene i matematikk) krever kunnskaper i algebra for å nå de høyeste kognitive nivåene. Vi ser behovet for en grundig debatt om prioritering av innhold og progresjon i norsk skolematematikk.

En viktig årsak til at Norge ikke har så mange på det høyeste nivået kan også skyldes det Skogen (2014a) peker på som et typisk trekk i norsk skole: at man lenge har levd i den villfarelsen at de begavede elevene greier seg selv, og at det å ta mer hensyn til dem blir oppfattet som en ikke ønsket elitisme. Andre forskere i både Norge og Sverige har pekt på dette som en utfordring for skolen (Grønmo, 2014; Idsøe, 2014; Jahr, 2014; Wistedt, 2014). Å ikke ta utfordringen med å gi de dyktigste elevene de utfordringene de trenger for å prestere optimalt, kan vise seg uheldig både fra den enkelte elevs side, og fra samfunnets side. Matematisk begavelse er ansett som et dynamisk karaktertrekk hvor miljø og faglig stimulering er helt avgjørende for at disse elevene skal få utløp for sitt potensial (Smedsrud & Skogen, 2016). Elever med matematisk talent beskrives ofte som kreative og nysgjerrige, de kan visualisere og forestille seg matematiske modeller, og under rette forutsetninger kan de prestere langt over sitt aldersbestemte nivå (Leikin et al., 2017). Mer vekt på matematisk teori og formelle sider av faget kan være en måte for å gi elevene mer spennende utfordringer, mer muligheter til å utfolde seg kreativt, til å utvikle sitt potensial. Matematisk teori og formell matematikk tas opp og drøftes i kapittel 5. Hvis elever med interesse og anlegg for matematikk ikke får den stimulansen de trenger for å prestere optimalt, har det også samfunnsmessige konsekvenser. Man trenger personer med denne type kompetanse på mange ulike områder i et høyt utviklet teknologisk samfunn som det vi lever i.

Den prioriteringen man ser av matematisk innhold i grunnskolens matematikk kan også påvirke hvor mange som finner matematikk så interessant at

de ønsker å få lære mer av det i videregående skole. Som det står på Utdanningsdirektoratets nettsider, *«hvis enkelte elever som har spesielle evner og talent innenfor et fag ikke får den oppfølgingen de trenger, kan de bli lei, umotiverte eller utvikle negativ adferd.»* (Idsøe, 2015). En for ensidig vekt på et område som statistikk på bekostning av tall og algebra (for mer om dette, se kapittel 6) kan ha denne (utilsiktede) bivirkningen. Mange analyser av data fra internasjonale studier har vist at de nordiske og engelskspråklige landene har mange av de samme utfordringene, utfordringer som det er viktig å ta tak i og løse. Særlig de østasiatiske landene utmerker seg i TIMSS med en relativt stor andel på de høyeste kompetansenivåene, samtidig som de har en liten andel på de laveste nivåene. Det ser derfor ut til at de har greid å ta vare på de talentfulle elevene uten at det har hatt negative virkninger for elever som sliter faglig. Det ser også ut til at disse landene har greid å oppnå en balanse mellom fagområder som statistikk og algebra i motsetning til vårt land. Se kapittel 6 for mer om dette.

Ved bare å sammenlikne med våre nærmeste naboland, eller land som er svært lik oss i hva som vektlegges i skolematematikken, mister vi muligheten til å få nye ideer som vi kan ha nytte av. Selv om hensikten med å sammenlikne med andre land ikke på noen måte er å kopiere disse, er det nyttig å åpne opp for å se til andre land. Med økende internasjonal konkurranse, og ikke minst når det gjelder utdanning av kompetente borgere, er det nødvendig å se på våre prestasjoner i et bredt internasjonalt perspektiv.

Vi trenger mer forskning, mer utprøving og mer debatt omkring dette i Norge. Et første skritt er å erkjenne problemet og ta på alvor det som står i læreplaner og skolelov om alle elevers rett til tilpasset undervisning, også de mest talentfulle elevene. Myndighetene har tatt tak i dette, blant annet gjennom nedsettelse av Jøsundalutvalget (NOU, 2016). Vi kan se til andre land for å få nye ideer til forbedringer, men dette må følges opp med mer forskning og utprøving av tiltak nasjonalt, slik at det vi gjør kan implementeres med utgangspunkt i egen kultur og egenart.